

Конференции «Подготовка профессиональных кадров в магистратуре  
в эпоху цифровой трансформации» 5 лет

УДК 519.6; 543.421/.424

## Моделирование аналитических функций интерферограмм по дискретным значениям

Сединкин И. Б., Скалецкая И. Е. ✉

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,  
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

**Постановка задачи.** Актуальной задачей в области инфракрасной спектроскопии является оценка эффективности использования фоточувствительных пластин с напыленным слоем селенида свинца в фотоприемных устройствах для прогнозирования качества изделия на раннем технологическом этапе его создания. Анализ качества характеристик пластин с применением графических данных, которые предоставляют современные приборы инфракрасной спектроскопии, затруднителен ввиду визуальной схожести графиков интерферограмм для разных пластин, вследствие чего возникает необходимость применения аналитических функций. **Цель работы:** получение аналитического выражения функций интерферограмм, представленного в виде суммы тригонометрических функций с переменными коэффициентами при них. По данным коэффициентам можно судить о различиях между интерферограммами для дальнейшей оценки качества фоточувствительных пластин, имея на входе дискретные точки данных спектра пропускания. **Используемые методы:** применение косинус-преобразования Фурье, позволяющего восстановить интерферограмму, полученную на Фурье-спектрометре, по ее спектру пропускания, а также программного обеспечения для автоматизации расчетов коэффициентов для множества исходных спектров пропускания. **Результат:** по итогам работы получено аналитическое выражение восстановленной интерферограммы в общем виде с переменными коэффициентами, уникальными для каждой пластины. Аналитическое выражение представляет собой сумму тригонометрических функций с аргументами, равными пределам интегрирования полиномов сплайн-функции. Однако на практике каждая тригонометрическая функция делится на независимую переменную, возведенную в целую степень от 1 до 4. Это позволяет сделать вывод, что любая интерферограмма, полученная в соответствии с данной моделью, имеет локальные максимумы, чьи значения постепенно уменьшаются по мере увеличения независимой переменной. Разработано программное обеспечение, позволяющее проводить вычисления коэффициентов, благодаря чему возможно получение как аналитического, так и дискретного представления интерферограммы для множества исходных спектров пропускания. Приведены примеры результатов работы программного обеспечения, которые представлены в виде графика интерферограммы, аналитического выражения в текстовом файле, а также в виде таблицы с рассчитанными коэффициентами. **Теоретическая / Практическая значимость:** применение аналитического представления вместо графического позволит на количественном уровне представить различия между разными интерферограммами, на первый взгляд схожими визуально. В перспективе это поможет сопоставлять пластины нужного качества с определенными физическими показателями.

### Библиографическая ссылка на статью:

Сединкин И. Б., Скалецкая И. Е. Моделирование аналитических функций интерферограмм по дискретным значениям // Вестник СПбГУТ. 2024. Т. 2. № 4. С. 8. EDN: XXZQGJ

### Reference for citation:

Sedinkin I., Skaletskaya I. Modeling of Interferogram Analytical Functions from Discrete Values // Herald of SPbSUT. 2024. Vol. 2. Iss. 4. P. 8. EDN: XXZQGJ

**Ключевые слова:** преобразование Фурье, интеграл Фурье, сплайн, интерферограмма, спектры пропускания

### Актуальность работы

Математическое моделирование является неотъемлемой частью современных исследований в области естественных и технических наук, развивающихся поэтапно — от постановки научно-технических задач к построению аналитических моделей. Последнее связано с применением математических методов исследований и вычислительных алгоритмов их решения, пакетов прикладных программ, иллюстраций расчетов, апробацией моделей путем сравнения с экспериментальными или теоретическими данными.

Данная статья посвящена математическому моделированию с применением вычислительной техники для решения актуальных проблем современной технологии в области инфракрасной (ИК) спектроскопии. Задача определения эффективности использования фоточувствительных пластин с напыленным слоем селенида свинца в фотоприемных устройствах ИК диапазона актуальна в связи с очевидным преимуществом прогнозирования на раннем технологическом этапе создания изделия. Предлагается методом математического моделирования с использованием Фурье-анализа приблизиться к ее решению и автоматизировать посредством программного обеспечения (ПО) процесс анализа экспериментальных данных — спектральных характеристик пластин, полученных на Фурье-спектрометре. Анализ качества характеристик пластин при использовании графического представления интерферограмм, являющихся результатом обработки экспериментальных значений, затруднителен ввиду их визуальной схожести друг с другом: пластины разного качества могут иметь очень схожие графики, и даже при хорошем приближении не удастся найти отличия одного от другого. Аналитическое представление позволяет представить их различия на количественном уровне, поскольку разные коэффициенты гарантируют непохожесть одной интерферограммы на другую.

### Постановка задачи

Целью исследования являлось получение аналитической функции, представляющей восстановленную методом Фурье-анализа интерферограмму, описывающую спектры фоточувствительных пластин, полученные в дискретном виде на Фурье-спектрометре. Данная цель достигается путем решения следующих задач:

- получение коэффициентов полиномов сплайн-функции для аппроксимации спектра пропускания исследуемых пластин [1];
- получение аналитического выражения интерферограмм с определением составляющих его коэффициентов.

Стоит напомнить, что кубическая сплайн-функция включает в себя множество полиномов с ограниченной областью определения:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x), & x_0 \leq x \leq x_1, \\ S_i(x), & x_i \leq x \leq x_{i+1}, \\ \dots & \dots \\ S_{n-1}(x), & x_{n-1} \leq x \leq x_n, \end{cases}$$

где  $S_i(x) = a_{i3}x^3 + a_{i2}x^2 + a_{i1}x + a_{i0}$ ;  $i = 0; \dots; (n - 1)$ . Коэффициенты  $a_{i3}, a_{i2}, a_{i1}, a_{i0}$  представляют собой искомые коэффициенты полиномов сплайн-функции. По сути имеется аналитическое представление спектра пропускания для одной пластины [1].

Для идеального интерферометра получение интерферограммы возможно путем применения следующей формулы [2]:

$$I'(k) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} S(x) dx + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} S(x) \cos(kx) dx,$$

где первый интеграл представляет собой постоянное число, которое можно не учитывать при нахождении функции  $I'(k)$  и сконцентрироваться только на переменной составляющей  $I(k)$ . Постоянный коэффициент  $\frac{1}{2}$  также может быть опущен:

$$I(k) = \int_0^{\infty} S(x) \cos(kx) dx. \quad (1)$$

Второй интеграл представляет собой косинус-преобразование Фурье [3] исходного спектра пропускания. Так как функция  $S(x)$  является кусочно-непрерывной, в которой каждые два соседние полинома  $S_i(x)$  и  $S_{i+1}(x)$  имеют общий предел интегрирования, то, воспользовавшись свойством аддитивности интеграла, можно провести преобразование формулы (1):

$$I(k) = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} S_i(x) \cos(kx) dx, \quad (2)$$

где  $x_{i1}$  и  $x_{i2}$  — пределы интегрирования, ограничивающие участок спектра, в рамках которого определен  $i$ -й полином кубической сплайн-функции. Таким образом, аналитическая модель интерферограммы (2) представляет собой сумму из  $n$  интегралов для каждого полинома кубической сплайн-функции по его области определения.

### Поэтапное получение аналитической модели путем математических преобразований

Процесс получения модели, которая описывается формулой (2), является довольно сложным и требует поэтапного выполнения. Ниже приведено описание трех этапов для получения общего результата.

*Этап 1.* Нахождение неопределенного интеграла  $i$ -го полинома сплайн-функции с использованием интегрирования по частям.

*Этап 2.* Получение определенного интеграла  $i$ -го полинома сплайн-функции на основе результатов этапа 1.

*Этап 3.* Получение общего результата для всех полиномов кубической сплайн-функции, представленного в таком виде, в котором будет удобно производить необходимые вычисления на компьютере.

Ниже приведена формула для интегрирования одного полинома кубической сплайн-функции  $S(x)$ :

$$\int S_i(x) \cos(kx) dx = \int (a_{i3}x^3 + a_{i2}x^2 + a_{i1}x + a_{i0}) \cos(kx) dx.$$

Следующий результат получается путем интегрирования по частям:

$$\begin{aligned} & \int S_i(x) \cos(kx) dx = \\ & = a_{i3} \left( \frac{x^3}{k} \sin(kx) + \frac{3x^2}{k^2} \cos(kx) - \frac{6x}{k^3} \sin(kx) - \frac{6}{k^4} \cos(kx) \right) + \\ & \quad + a_{i2} \left( \frac{x^2}{k} \sin(kx) + \frac{2x}{k^2} \cos(kx) - \frac{2}{k^3} \sin(kx) \right) + \\ & \quad + a_{i1} \left( \frac{x}{k} \sin(kx) + \frac{1}{k^2} \cos(kx) \right) + \frac{a_{i0}}{k} \sin(kx) + C. \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, найден ответ, чему равен неопределенный интеграл для  $i$ -го полинома сплайн-функции (3). Главный вывод, который можно сделать, заключается в том, что вне зависимости от порядкового номера полинома  $i$  неопределенный интеграл имеет фиксированное количество тригонометрических функций, равное 10, фиксированные коэффициенты при них (1, 2, 3, 6), а также фиксированные степени при  $x$  и  $k$ . Отличие заключается лишь в коэффициентах  $a_{i3}, a_{i2}, a_{i1}, a_{i0}$ , которые изначально различны для каждого полинома.

В случае определенного интеграла получается зависимость от  $k$ :

$$I_i(k) = \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} S_i(x) \cos(kx) dx.$$

Ниже приведено получение определенного интеграла для  $i$ -го полинома сплайн-функции  $S(x)$ . Каждому слагаемому из формулы (3) ставится в соответствие разность двух таких же слагаемых, полученных при подстановке пределов интегрирования.

$$\begin{aligned} I_i(k) = & a_{i3} \left( \frac{x_{i2}^3 \sin(kx_{i2})}{k} - \frac{x_{i1}^3 \sin(kx_{i1})}{k} \right) + 3a_{i3} \left( \frac{x_{i2}^2 \cos(kx_{i2})}{k^2} - \frac{x_{i1}^2 \cos(kx_{i1})}{k^2} \right) + \\ & + 6a_{i3} \left( \frac{x_{i1} \sin(kx_{i1})}{k^3} - \frac{x_{i2} \sin(kx_{i2})}{k^3} \right) + 6a_{i3} \left( \frac{\cos(kx_{i1})}{k^4} - \frac{\cos(kx_{i2})}{k^4} \right) + \\ & + a_{i2} \left( \frac{x_{i2}^2 \sin(kx_{i2})}{k} - \frac{x_{i1}^2 \sin(kx_{i1})}{k} \right) + 2a_{i2} \left( \frac{x_{i2} \cos(kx_{i2})}{k^2} - \frac{x_{i1} \cos(kx_{i1})}{k^2} \right) + \\ & + 2a_{i2} \left( \frac{\sin(kx_{i1})}{k^3} - \frac{\sin(kx_{i2})}{k^3} \right) + a_{i1} \left( \frac{x_{i2} \sin(kx_{i2})}{k} - \frac{x_{i1} \sin(kx_{i1})}{k} \right) + \\ & + a_{i1} \left( \frac{\cos(kx_{i2})}{k^2} - \frac{\cos(kx_{i1})}{k^2} \right) + a_{i0} \left( \frac{\sin(kx_{i2})}{k} - \frac{\sin(kx_{i1})}{k} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Теперь, когда найдено выражение, описывающее часть интерферограммы (4), полученной путем интегрирования одного полинома сплайн-функции, можно приступить к выводу общей аналитической модели.

Как следует из формулы (2), общая аналитическая модель представляет собой сумму интегралов от полиномов кубической сплайн-функции. Поскольку на каждый из  $n$  интегралов приходится 10 слагаемых, полная аналитическая модель включает в себя  $10n$  таких слагаемых с разными коэффициентами при них и разными аргументами внутри тригонометрических функций. Ниже приведена сокращенная запись полной аналитической модели функции интерферограммы, построенной на базе сплайн-функции, состоящей из  $n$  кубических полиномов:

$$\begin{aligned} I(k) &= \sum_{i=0}^{n-1} I_i(k). \\ I(k) &= \sum_{i=0}^{n-1} a_{i3} \left( \frac{x_{i2}^3 \sin(x_{i2}k)}{k} - \frac{x_{i1}^3 \sin(x_{i1}k)}{k} \right) + \\ &+ \sum_{i=0}^{n-1} 3a_{i3} \left( \frac{x_{i2}^2 \cos(x_{i2}k)}{k^2} - \frac{x_{i1}^2 \cos(x_{i1}k)}{k^2} \right) + \dots \\ &\dots + \sum_{i=0}^{n-1} a_{i1} \left( \frac{\cos(x_{i2}k)}{k^2} - \frac{\cos(x_{i1}k)}{k^2} \right) + \sum_{i=0}^{n-1} a_{i0} \left( \frac{\sin(x_{i2}k)}{k} - \frac{\sin(x_{i1}k)}{k} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

### Упрощение аналитической модели для дальнейших расчетов на компьютере

Пусть каждая из десяти сумм в функции  $I(k)$  называется *частичной суммой*. Тогда формула (5) имеет следующий вид:

$$I(k) = \sum_{i=0}^{n-1} I_i(k) = A_4(k) + A_3(k) + A_2(k) + A_1(k),$$

где  $A_t(k)$  включает в себя те знаменатели частичных сумм, в которых переменная  $k$  имеет степень  $t$ ;  $t = 1, \dots, 4$ .

$$\begin{aligned} A_4(k) &= \sum_{i=0}^{n-1} 6a_{i3} \left( \frac{\cos(kx_{i1})}{k^4} - \frac{\cos(kx_{i2})}{k^4} \right), \\ A_3(k) &= \sum_{i=0}^{n-1} 6a_{i3} \left( \frac{x_{i1} \sin(kx_{i1})}{k^3} - \frac{x_{i2} \sin(kx_{i2})}{k^3} \right) + \dots \\ A_2(k) &= \sum_{i=0}^{n-1} 3a_{i3} \left( \frac{x_{i2}^2 \cos(kx_{i2})}{k^2} - \frac{x_{i1}^2 \cos(kx_{i1})}{k^2} \right) + \dots \\ A_1(k) &= \sum_{i=0}^{n-1} a_{i3} \left( \frac{x_{i2}^3 \sin(kx_{i2})}{k} - \frac{x_{i1}^3 \sin(kx_{i1})}{k} \right) + \dots \end{aligned}$$

Функция  $A_4(k)$  включает в себя одну частичную сумму и раскладывается в конечный ряд из  $n$  слагаемых:

$$A_4(k) = 6a_{03} \left( \frac{\cos(kx_{01})}{k^4} - \frac{\cos(kx_{02})}{k^4} \right) + 6a_{13} \left( \frac{\cos(kx_{11})}{k^4} - \frac{\cos(kx_{12})}{k^4} \right) + \dots$$

Поскольку два соседних полинома имеют один общий предел интегрирования, имеет смысл сделать замену:

$$\begin{aligned} x_{01} &= \beta_0; \quad x_{02} = \beta_1; \\ x_{11} &= \beta_1; \quad x_{12} = \beta_2; \\ &\dots \\ x_{(n-1)1} &= \beta_{n-1}; \quad x_{(n-1)2} = \beta_n. \end{aligned}$$

В результате получается следующее преобразование:

$$\begin{aligned} A_4(k) &= \left( \frac{6}{k^4} a_{03} \cos(\beta_0 k) \right) + \left( \frac{6}{k^4} (a_{13} - a_{03}) \cos(\beta_1 k) \right) + \left( \frac{6}{k^4} (a_{23} - a_{13}) \cos(\beta_2 k) \right) + \dots \\ &\dots + \left( \frac{6}{k^4} (a_{(n-1)3} - a_{(n-2)3}) \cos(\beta_{n-1} k) \right) - \left( \frac{6}{k^4} a_{(n-1)3} \cos(\beta_n k) \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Преобразования, показанные в формуле (6), проводятся для остальных частичных сумм из  $A_3(k)$ ,  $A_2(k)$ ,  $A_1(k)$ . В силу большого объема в статье не будут приведены преобразования для всех частичных сумм. Однако стоит отметить, что в пределах каждой частичной суммы образуется ряд из  $n + 1$  синусов (косинусов), при каждом из которых присутствует постоянный коэффициент, вычисляемый по уже известным на данный момент коэффициентам.

Упрощение заключается в том, что при любых исходных данных полиномов сплайн-функции соответствующая интерферограмма будет иметь одно и то же аналитическое выражение, отличающееся лишь количеством синусов (косинусов) в частичных суммах, коэффициентами при них, а также количеством пределов интегрирования ( $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$ ). Таким образом, для однозначного определения интерферограммы необходимо и достаточно рассчитать коэффициенты при синусах (косинусах) для соответствующих частичных сумм.

В таблице 1 приведена матрица, каждый элемент которой представляет собой коэффициент при  $j$ -м синусе (косинусе) в  $i$ -й частичной сумме.

Таблица 1. Матрица  $10 \times (n+1)$  коэффициентов интерферограммы

	1	2	...	$n+1$
1	$6a_{03}$	$6(a_{13} - a_{03})$	...	$-6a_{(n-1)3}$
2	$6\beta_0 a_{03}$	$6\beta_1(a_{13} - a_{03})$	...	$-6\beta_n a_{(n-1)3}$
3	$2a_{02}$	$2(a_{12} - a_{03})$	...	$-2a_{(n-1)2}$
4	$-3\beta_0^2 a_{03}$	$-3\beta_1^2(a_{13} - a_{03})$	...	$3\beta_n^2 a_{(n-1)3}$
5	$-2\beta_0 a_{02}$	$-2\beta_1(a_{12} - a_{02})$	...	$2\beta_n a_{(n-1)2}$
6	$-a_{01}$	$-(a_{11} - a_{01})$	...	$a_{(n-1)1}$
7	$-\beta_0^3 a_{03}$	$-\beta_1^3(a_{13} - a_{03})$	...	$\beta_n^3 a_{(n-1)3}$
8	$-\beta_0^2 a_{02}$	$-\beta_1^2(a_{12} - a_{02})$	...	$\beta_n^2 a_{(n-1)2}$
9	$-\beta_0 a_{01}$	$-\beta_1(a_{11} - a_{01})$	...	$\beta_n a_{(n-1)1}$
10	$-a_{00}$	$-(a_{10} - a_{00})$	...	$a_{(n-1)0}$

Данная матрица может быть использована в программных расчетах для получения интерферограммы как в аналитическом, так и в дискретном виде.

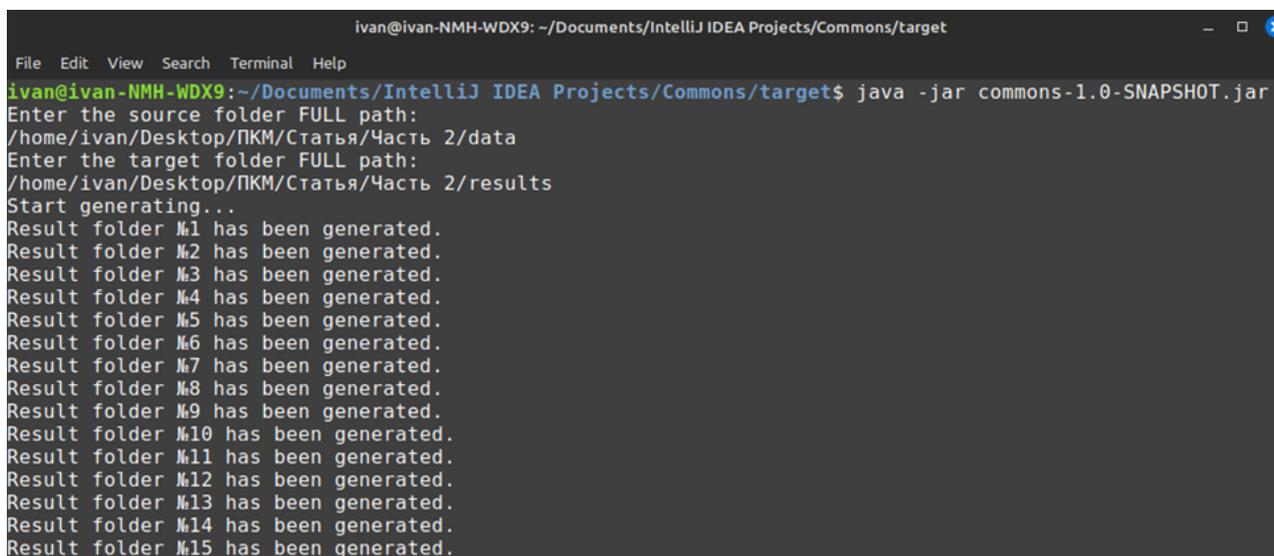
### Расчет коэффициентов и получение интерферограмм в двух представлениях для множества исходных спектров пропускания на компьютере

По итогам разработки аналитической формулы была написана программа, позволяющая по дискретным отсчетам спектра пропускания получать на выходе функцию интерферограммы в аналитическом и дискретном видах. Очевидно, что перед этим требуется получить коэффициенты полиномов кубической сплайн-функции, которые используются для расчетов коэффициентов в вышеупомянутой матрице. По этой причине программа включает в себя два основных этапа: *расчет коэффициентов полиномов кубической сплайн-функции* и *расчет коэффициентов интерферограммы*. Результаты первого этапа приведены в [1]. В таблице 2 даны коэффициенты интерферограммы с использованием коэффициентов полиномов кубической сплайн-функции.

Таблица 2. Матрица из 680 коэффициентов, рассчитанных на основе коэффициентов полиномов сплайн-функции [1]

	1	2	...	68
1	$-4,263 \times 10^{-7}$	$1,828 \times 10^{-6}$	...	$-2,063 \times 10^{-7}$
2	$-6,092 \times 10^{-4}$	$2,684 \times 10^{-3}$	...	$-8,254 \times 10^{-4}$
3	$6,092 \times 10^{-4}$	$-2,684 \times 10^{-3}$	...	$8,254 \times 10^{-4}$
4	0,435	-1,97	...	1,651
5	-0,871	3,94	...	-3,302
6	0,435	-1,97	...	1,651
7	207,393	-963,727	...	2201,153
8	-622,178	2891,18	...	-6603,46
9	622,110	-2891,18	...	6602,96
10	-207,97	963,73	...	-2200,572

Исходный код ПО написан на языке Java 11 с применением библиотеки Apache Commons Math. Для запуска ПО необходим jar-файл, запускаемый через терминал (командную строку) с помощью команды «java-jar». Для работы ПО необходима папка (в которой располагаются файлы с табличными данными, хранящие дискретное представление спектра пропускания), называемая *source folder*, а также целевая папка (в которую ПО сохраняет результаты работы), называемая *target folder*. На рисунке 1 в качестве *source folder* и *target folder* выступают папки «data» и «results», соответственно. После указания полного пути до обеих папок начинается генерация результатов.



```
ivan@ivan-NMH-WDX9: ~/Documents/IntelliJ IDEA Projects/Commons/target
File Edit View Search Terminal Help
ivan@ivan-NMH-WDX9:~/Documents/IntelliJ IDEA Projects/Commons/target$ java -jar commons-1.0-SNAPSHOT.jar
Enter the source folder FULL path:
/home/ivan/Desktop/ПКМ/Статья/Часть 2/data
Enter the target folder FULL path:
/home/ivan/Desktop/ПКМ/Статья/Часть 2/results
Start generating...
Result folder №1 has been generated.
Result folder №2 has been generated.
Result folder №3 has been generated.
Result folder №4 has been generated.
Result folder №5 has been generated.
Result folder №6 has been generated.
Result folder №7 has been generated.
Result folder №8 has been generated.
Result folder №9 has been generated.
Result folder №10 has been generated.
Result folder №11 has been generated.
Result folder №12 has been generated.
Result folder №13 has been generated.
Result folder №14 has been generated.
Result folder №15 has been generated.
```

Рис. 1. Терминал, в котором происходил запуск программы

Для каждого файла из папки «data» ПО генерирует соответствующую папку в целевой папке с двумя файлами (с двумя представлениями интерферограммы), как показано на рисунке 2. Номер сгенерированной папки совпадает с номером файла исходного спектра пропускания.

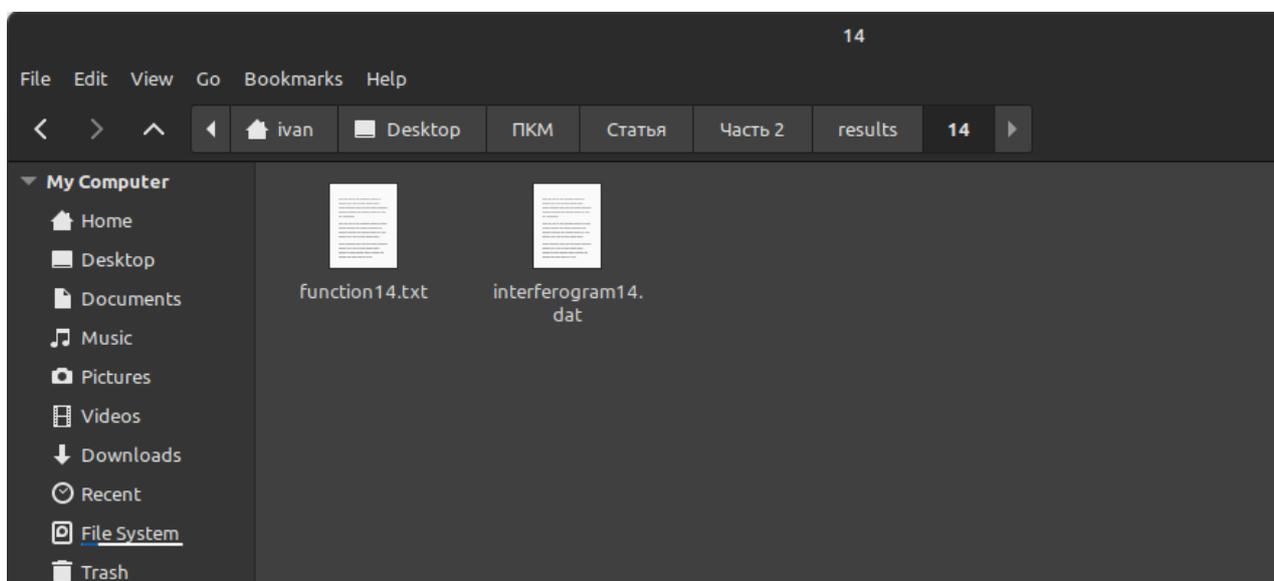


Рис. 2. Скриншот сгенерированной папки с двумя файлами (двумя представлениями интерферограммы)

На рисунке 3 приведен график интерферограммы, построенный по дискретным точкам, взятым из файла «interferogram14.dat»; построение проводилось в среде GNU Octave.

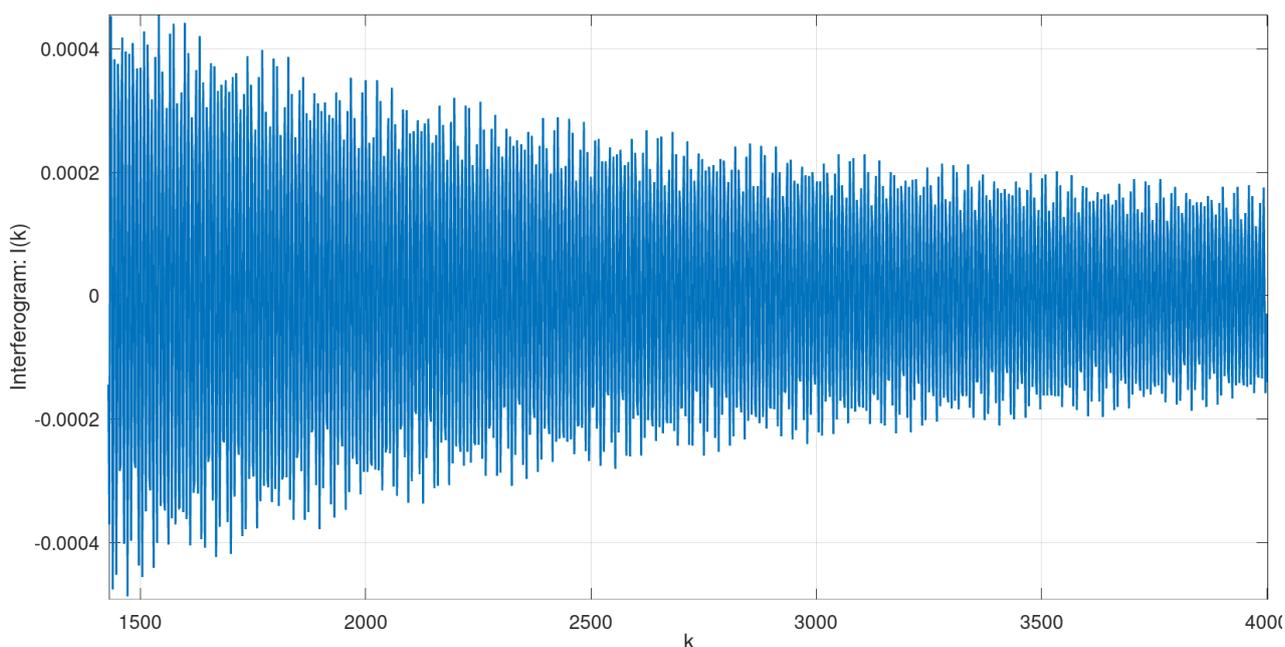


Рис. 3. График зависимости функции интерферограммы  $I(k)$  от параметра  $k$

Аналитическое представление интерферограммы по заданным исходным данным приведено ниже на рисунке 4. Коэффициенты порядка ниже  $10^{-3}$  заменены на 0 и потому отсутствуют в результирующем файле.

```
function14.txt
() / x^4 +
( + 0.003sin(1467.729x) + 0.003sin(1583.450x) + 0.001sin(1814.892x) + 0.001sin(3627.856x) + 0.002sin(3705.003x) + 0.001sin(3782.151x) +
0.002sin(3975.019x)) / x^3 +
( + 0.003sin(1506.303x) + 0.001sin(1544.876x) + 0.002sin(1699.171x) + 0.002sin(1853.466x) + 0.001sin(2470.645x) + 0.001sin(2894.956x) +
0.002sin(3666.430x) + 0.002sin(3743.577x) + 0.002sin(3936.446x)) / x^3 +
(0.435cos(1429.155x) + 2.135cos(1506.303x) + 1.142cos(1544.876x) + 0.701cos(1660.598x) + 1.662cos(1699.171x) + 1.702cos(1853.466x) +
0.258cos(1969.187x) + 0.362cos(2007.761x) + 0.286cos(2046.335x) + 0.231cos(2200.629x) + 0.257cos(2277.777x) + 0.697cos(2393.498x) +
1.265cos(2470.645x) + 0.223cos(2547.793x) + 0.354cos(2586.366x) + 0.804cos(2702.087x) + 0.102cos(2779.235x) + 0.665cos(2817.808x) +
1.537cos(2894.956x) + 0.705cos(2972.103x) + 0.226cos(3087.824x) + 0.007cos(3164.972x) + 0.195cos(3203.545x) + 1.509cos(3280.693x) +
0.891cos(3357.840x) + 0.449cos(3396.414x) + 0.917cos(3473.561x) + 1.105cos(3589.282x) + 3.368cos(3666.430x) + 3.087cos(3743.577x) +
0.874cos(3820.724x) + 0.326cos(3859.298x) + 3.254cos(3936.446x) + 1.651cos(4000.092x)) / x^2 +
( + 3.940cos(1467.729x) + 4.771cos(1583.450x) + 0.882cos(1622.024x) + 1.402cos(1737.745x) + 1.548cos(1776.319x) + 2.219cos(1814.892x) +
0.262cos(1892.040x) + 1.441cos(1930.613x) + 0.824cos(2084.908x) + 0.250cos(2123.482x) + 0.182cos(2162.056x) + 0.236cos(2239.203x) +
0.014cos(2316.350x) + 1.071cos(2354.924x) + 2.053cos(2432.071x) + 1.856cos(2509.219x) + 0.237cos(2624.940x) + 0.945cos(2663.514x) +
1.305cos(2740.661x) + 2.713cos(2856.382x) + 2.434cos(2933.529x) + 0.533cos(3010.677x) + 0.127cos(3049.251x) + 0.286cos(3126.398x) +
1.598cos(3242.119x) + 3.259cos(3319.266x) + 2.632cos(3434.987x) + 0.185cos(3512.135x) + 0.733cos(3550.709x) + 4.891cos(3627.856x) +
6.925cos(3705.003x) + 4.272cos(3782.151x) + 3.512cos(3897.872x) + 7.222cos(3975.019x)) / x^2 +
(0.435cos(1429.155x) + 2.135cos(1506.303x) + 1.142cos(1544.876x) + 0.701cos(1660.598x) + 1.662cos(1699.171x) + 1.702cos(1853.466x) +
0.258cos(1969.187x) + 0.362cos(2007.761x) + 0.286cos(2046.335x) + 0.231cos(2200.629x) + 0.257cos(2277.777x) + 0.697cos(2393.498x) +
1.265cos(2470.645x) + 0.223cos(2547.793x) + 0.354cos(2586.366x) + 0.804cos(2702.087x) + 0.102cos(2779.235x) + 0.665cos(2817.808x) +
1.537cos(2894.956x) + 0.705cos(2972.103x) + 0.226cos(3087.824x) + 0.007cos(3164.972x) + 0.195cos(3203.545x) + 1.509cos(3280.693x) +
0.891cos(3357.840x) + 0.449cos(3396.414x) + 0.917cos(3473.561x) + 1.105cos(3589.282x) + 3.368cos(3666.430x) + 3.087cos(3743.577x) +
0.874cos(3820.724x) + 0.326cos(3859.298x) + 3.254cos(3936.446x) + 1.651cos(4000.092x)) / x^2 +
```

Рис. 4. Искомое аналитическое представление интерферограммы

### Выводы

Аналитическое представление интерферограммы представляет собой сумму тригонометрических функций, деленных на независимую переменную, возведенную в степень от 1 до 4, с аргументами, равными пределам интегрирования полиномов кубической сплайн-функции и с переменными коэффициентами при этих функциях. Значения локальных максимумов функции интерферограммы постепенно уменьшается по мере увеличения независимой переменной, благодаря чему функция приобретает в целом убывающий (не монотонно) характер.

Разработанное ПО позволяет решать задачи анализа исходных спектров фоточувствительных пластин в части получения функций интерферограмм в аналитическом и дискретном видах, что в перспективе должно помочь в определении качества фоточувствительных пластин, т. е. на раннем этапе

прогнозирования эффективности их использования в фотоприемных устройствах ИК диапазона. Полученное аналитическое выражение достаточно громоздкое и требует дальнейшего упрощения путем аппроксимации гиперболическими функциями.

### Литература

1. Безверхний В. П., Сединкин И. Б. Математический анализ спектра пропускания вещества в ИК-диапазоне // 78-я региональная научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Студенческая весна-2024»: сборник научных статей / под ред. Р. В. Киричка; сост. Е. А. Аникевич, И. М. Татарникова. Т. 2. СПб. : СПбГУТ, 2024. С. 54–59.
2. Позднякова С. А., Денисюк И. Ю. Теория и техника современного физического эксперимента: учебно-методическое пособие. СПб.: Университет ИТМО, 2016. 76 с. EDN: ZUZSEN
3. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. 13-е изд., испр. М.: Наука; Главная редакция физико-математической литературы, 1986. 544 с.

Статья поступила 9 ноября 2024 г.  
Одобрена после рецензирования 20 декабря 2024 г.  
Принята к публикации 27 декабря 2024 г.

*Материалы статьи были представлены на V Всероссийской научно-технической и научно-методической конференции магистрантов и их руководителей «Подготовка профессиональных кадров в магистратуре в эпоху цифровой трансформации» (ПКМ-2024).*

### Информация об авторах

*Сединкин Иван Борисович* – студент 3-го курса факультета инфокоммуникационных сетей и систем Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича

*Скалецкая Ирина Евгеньевна* – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры физики факультета радиоэлектронных систем и робототехники Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича. E-mail: skaleckaya.ie@sut.ru

## Modeling of Interferogram Analytical Functions from Discrete Values

I. Sedinkin, I. Skaletskaya ✉

The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications,  
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

**Purpose.** A relevant task in the infrared spectroscopy is the assessment of the effectiveness of applying of photoconductive plates with sputtered layers of lead selenide in photodetection devices, aimed at predicting a quality at the early technological stages of product development. The analysis of plates quality using graphical data provided by current infrared spectroscopy instruments is complicated due to the visual similarity of interferogram graphs for plates of varying quality, which requires the application of analytical functions. The present paper aims to derive an analytical expression of the interferogram functions, represented as a sum of trigonometric functions with variable coefficients. The coefficients can be used to evaluate differences between interferograms for further quality assessment of the photoconductive plates mentioned. **Methods.** There has been proposed to use the cosine Fourier transform for reconstruction of an interferogram obtained from a Fourier-transform spectrometer based on its transmission spectrum, and a software for automating the calculation of coefficients mentioned for multiple input transmission spectrum. **Results.** The study resulted in an analytical expression for the reconstructed interferogram in a general form with variable coefficients unique to each plate. The analytical expression represents as a sum of trigonometric functions, divided by an independent variable raised to an integer power ranging from 1 to 4, with arguments equal to the limits of integration of spline polynomial functions and with variable coefficients. Thus, any interferogram generated according to this model exhibits local maxima, which values gradually decrease as the independent variable increases. The software has been developed to facilitate the calculation of coefficients, enabling both analytical and discrete representations of the interferogram for multiple input transmission spectrum. Examples of the software's output are presented in the form of an interferogram graph, an analytical expression in a text file, and a table with calculated coefficients. **Practical relevance.** The use of an analytical representation instead of a graphical one will quantitatively illustrate the difference between various interferograms that may appear visually similar at first glance. In the future, this will assist to correlate plates of the desired quality with specific physical parameters.

**Key words:** Fourier transform, Fourier integral, spline, interferogram, transmission spectrum

### Information about Authors

Sedinkin Ivan – 3<sup>rd</sup> Year Student (The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications)

Skaletskaya Irina – Ph. D. of Engineering Science, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics (The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications).  
E-mail: skaleckaya.ie@sut.ru